

河海大学 2023—2024 学年第二学期
《复变函数与积分变换》期末试卷 (A 卷)

专业_____学号_____姓名_____成绩_____

题号	一	二	三	四	成绩
得分					

一、选择题 (每小题 3 分, 共 15 分)

1. $i^{2024} = (\quad)$ 。

- (A) 1 (B) -1 (C) i (D) $-i$

2. 下列结论不正确的是()。

- (A) $\operatorname{Ln} z$ 是多值函数 (B) e^z 是周期函数
(C) 复数不能比较大小 (D) $\cos z$ 是有界函数

3. 若幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} C_n(z+2)^n$ 在 $z=0$ 处发散, 则该级数在 $z=5i$ 处的敛散性为()。

- (A) 绝对收敛 (B) 条件收敛
(C) 发散 (D) 不能确定

4. $\operatorname{Re} s\left[\frac{\tan \pi z}{z^3}, \frac{1}{2}\right] = (\quad)$ 。

- (A) $\frac{8}{\pi}$ (B) $-\frac{8}{\pi}$ (C) 0 (D) -1

5. 设 $f(t) = \cos^2 t$, 则 Laplace 变换 $F(s)$ 为()。

- (A) $\frac{2s}{(s^2+1)^2}$ (B) $\frac{-2s}{(s^2+1)^2}$ (C) $\frac{s+2}{s(s^2+4)}$ (D) $\frac{s^2+2}{s(s^2+4)}$

二、填空题（每小题 3 分，共 18 分）

1. 设复数 $z = e^{-3+i}$ ，则 $\arg z =$ _____。
2. 函数 $f(z)$ 在一点 z_0 可导的充要条件为 _____。
3. $\oint_{|z|=3} \bar{z} dz =$ _____。
4. 幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} e^{\frac{\pi i}{n}} (1+i)^n (z+2)^{2n}$ 的收敛半径为_____。
5. $F[1] =$ _____, $F[t] =$ _____, $L[\delta(t)+3] =$ _____。
6. $\int_0^{+\infty} t^3 e^{-t} dt =$ _____。

二、计算题（每小题 6 分，共 36 分）

1. 计算 3^{3-i} 。
2. 若 $f(z) = z|z|$ ，则函数在哪里可导，在哪里解析。
3. 计算 $\operatorname{Ln}(-2-5i)$ 及 $\sin 3i$ 。

4. 已知傅里叶逆变换 $F[w] = \frac{\sin w}{w}$, 求 $f(t)$ 。

5. 求积分 $\oint_{|z|=\pi} \frac{1}{1+z} e^{\frac{2}{1+z}} dz$ 。

6. 求傅里叶变换 $F[\cos w_0 t \cdot u(t)]$ 。

三、综合题（共 31 分）

1. （本题 9 分）求拉普拉斯变换 $L[t \sin 2t]$ 及拉普拉斯逆变换 $L^{-1}[\frac{s+3}{(s+1)(s+2)}]$ 。

2. (本题 9 分) 将函数 $f(z) = \frac{1}{(z+1)(z+3)}$ 分别在圆环域 $2 < |z+3| < +\infty$, $0 < |z-1| < 2$ 展开为 Laurent 级数。

3. (本题 13 分) 利用 Laplace 变换解微分方程 $y'' + 3y' + y = 3\cos t$, $y(0) = 0, y'(0) = 1$ 。