

# 2019 年河海大学本科转专业考试

## 高等数学 B\_工科试卷

|      |      |
|------|------|
| 本题分数 | 21 分 |
|      |      |

一、填空题 (每题 3 分, 共 21 分)

1. 极限  $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{2}{x} \sin x + x \sin \frac{3}{x}) =$  [REDACTED];

2. 曲线  $y = e^{-x^2}$  的凸区间为 [REDACTED];

3. 已知函数  $f(x)$  连续, 且  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + \int_0^1 xf'(x)dx$ , 则  $\int_0^1 xf'(x)dx =$  [REDACTED];

4. 函数  $f(x, y) = \sin(2x + y)$  在点  $(0, 0)$  沿方向  $\vec{l} = (2, 1)$  的方向导数为 [REDACTED];

5. 已知曲线  $L: y = \sqrt{4-x^2}$ , 则曲线积分  $\int_L (3x + x^2 + y^2)ds =$  [REDACTED];

6. 级数  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}$  的敛散性为 [REDACTED] (填绝对收敛、条件收敛或发散);

7. 微分方程  $y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{x}$  的通解为 [REDACTED].

|      |      |
|------|------|
| 本题分数 | 30 分 |
| 得 分  |      |

二、计算题（每题 6 分）

1. 求极限  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$ .

2. 设函数  $y = y(x)$  由参数方程  $\begin{cases} x = \ln \sin t \\ y = \cos t + t \sin t \end{cases}$  确定, 求  $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{d^2 y}{dx^2}$  及  $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=\frac{\pi}{4}}$ .

3. 计算定积分  $\int_0^{\frac{\pi^2}{4}} (\sin \sqrt{x})^2 dx$ .

4. 计算重积分  $\iint_D \frac{x^2}{y^2} d\sigma$ , 其中  $D$  是由直线  $x=2$ ,  $y=x$  及曲线  $y=\frac{1}{x}$  所围成的闭区域.

5. 计算曲面积分  $\iint_{\Sigma} (1+z^3) dS$ , 其中  $\Sigma$  是曲面  $z=\sqrt{a^2-x^2-y^2}$  ( $a>0$ ).

|      |     |
|------|-----|
| 本题分数 | 7 分 |
| 得 分  |     |

- 三、试求曲面  $x^2+y^2+z^2-xy-3=0$  上垂直于直线  $\begin{cases} x+y+1=0 \\ z-3=0 \end{cases}$  的切平面方程.

|      |     |
|------|-----|
| 本题分数 | 7 分 |
| 得 分  |     |

四、设  $f(u, v)$  具有二阶连续偏导数, 且满足  $\frac{\partial^2 f}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial v^2} = \frac{1}{x^2 + y^2}$ ,

已知  $g(x, y) = f(xy, \frac{1}{2}(x^2 - y^2))$ , 试求  $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2}$ .

|      |     |
|------|-----|
| 本题分数 | 7 分 |
| 得 分  |     |

五、设  $F(x)$  是  $f(x)$  的一个原函数, 且  $F(0) = 1$ ,  $F(x)f(x) = \cos 2x$ ,

求  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} |f(x)| dx$ .

|      |     |
|------|-----|
| 本题分数 | 7 分 |
| 得 分  |     |

六、求  $I = \iint_{\Sigma} x^2 dydz + (x-z) ydzdx + (x-y) dxdy$ ，其中  $\Sigma$  为曲面  $z = \sqrt{x^2 + y^2}$  夹在平面  $z=1$  和平面  $z=3$  之间的部分，取下侧。

|      |     |
|------|-----|
| 本题分数 | 7 分 |
| 得 分  |     |

七、求级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n2^n}$  的收敛域及和函数，并求  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$  的和。

|      |     |
|------|-----|
| 本题分数 | 8 分 |
| 得 分  |     |

八、已知函数  $f(x)$  处处连续，且满足方程

$$f(x) - \int_0^x (x-t)f(t)dt = xe^x, \text{ 试求 } f(x).$$

|      |     |
|------|-----|
| 本题分数 | 6 分 |
| 得 分  |     |

九、设级数  $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n - u_{n-1}|$  收敛，且正项级数  $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$  收敛，证明级数

$$\sum_{n=1}^{\infty} u_n v_n^2 \text{ 收敛.}$$