

2024-2025 学年第一学期《复变函数与积分变换》 期末试卷 (A)

学院_____专业班级_____学号_____姓名_____成绩_____

题号	一	二	三	四	成绩
得分					

一、单项选择题 (15 分, 每小题 3 分)

- 满足不等式 $\left| \frac{z-i}{z+i} \right| \leq 2$ 的点所构成的集合是()

A. 有界区域 B. 无界区域 C. 有界闭区域 D. 无界闭区域.
- 下列命题正确的是 ()

A. 函数 $f(z) = \bar{z}$ 在 z 平面上处处连续;

B. 如果 $f'(\alpha)$ 存在, 那么 $f'(\alpha)$ 在 α 解析;

C. 每一个幂级数在它的收敛圆周上处处收敛;

D. 如果 v 是 u 的共轭调和函数, 则 u 也是 v 的共轭调和函数。
- $z=0$ 是函数 $f(z) = \frac{1}{z(e^z - 1)}$ 的()

A. 本性奇点 B. 非孤立奇点 C. 2 级极点 D. 可去奇点
- 若幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ 在 $z_0 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ 处发散, 则该级数在 $z=1$ 处的敛散性为 ()

A. 绝对收敛 B. 条件收敛 C. 发散 D. 不能确定
- 下列函数在 $z=0$ 的去心邻域可展成洛朗级数的是 ()

A: $\frac{1}{\sin \frac{1}{z}}$; B: $\cos \frac{1}{z}$; C: $e^{ctg \frac{1}{z}}$; D: Lnz

二、填空题（15 分，每小题 3 分）

1: $\operatorname{Ln}(1+i)$ 的主值为_____。

2: 计算积分 $\oint_{|z-1|=1} \frac{z^2+1}{z^2-1} dz$ _____。

3: 函数 $f(z) = z \operatorname{Im} z - \operatorname{Re} z$ 的解析区域为_____。

4: 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5+5}{2^n} z^n$ 的收敛半径为_____。

5: 求函数 $\delta'(t)$ 的傅里叶变换_____。

三. 计算题（42 分，每小题 7 分）

1. 利用积分估值公式估计 $\left| \int_C \frac{1}{z-i} dz \right|$ ，其中 C 为从原点到 $3+4i$ 的直线段。

2. 解方程 $\cos z + \sin z = 0$

3. 已知 $u(x, y) = x^3 - 3xy^2$ ，求一解析函数 $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$ ，并使 $f(0) = 3i$ 。

4. 计算积分 $\oint_C \frac{z}{(z-1)(z-2)^2} dz$, $C: |z-2| = \frac{1}{2}$ 。

5. 将函数 $f(z) = \sin^2 z$ 在点 $z = 0$ 处展开为泰勒级数, 并给出收敛区域。

6. 求函数 $f(t) = t^2 u(t)$ 与函数 $g(t) = \begin{cases} 2, & 1 \leq t \leq 2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 的傅氏卷积。

四. 综合题 (28 分, 第 1 题 8 分, 第 2,3 题各 10 分)

1. 求函数 $f(t) = \begin{cases} 1+t, & -1 < t < 0 \\ 1-t, & 0 < t < 1 \\ 0, & |t| > 1 \end{cases}$ 的傅里叶变换。

2. 将函数 $f(z) = \frac{1}{z(1-z)^2}$ 在圆环 $0 < |z| < 1$ 和 $0 < |z-1| < 1$ 内展开成洛朗级数。

3. 用积分变换方法求解微分方程 $y'' + 2y' - 3y = e^{-t}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$ 。