

2024 年转专业高数试卷 (90min)

1. 设 $f(x)$ 为已知的连续函数, $t > 0$, $s > 0$ 均与积分变量 x 无关, 则积分 $\int_0^{\frac{s}{t}} t f\left(\frac{t}{s} x\right) dx$ 的值

- A. 与 t 及 s 有关 B. 与 s 有关, 与 t 无关
C. 与 t 有关, 与 s 无关 D. 与 s 及 t 均无关

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+6}{x+3} \right)^{\frac{x+1}{2}} =$

3. $f(x) = x(x-1)(x-2)\cdots(x-10)$, 求 $f'(0) =$

4. $\int \frac{dx}{x(1+x^2)} =$

5. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (x^3 + \sin^2 x) \cos^2 x dx =$

6. 求 $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 \frac{dx}{x^4 \sqrt{1-x^2}}$

7. 求 $y' = \frac{y}{x} + \frac{x}{y}$ 时, $y(1) = 2$ 的特解。

8. 求 $f(x) = x^2 \sin x$ 的 n 阶导。

9. 求 $y'' - 3y' + 2y = xe^{-x}$ 的通解。

10. $\begin{cases} x = \frac{1}{3}t^3 + t + \frac{1}{3} \\ y = \frac{1}{3}t^3 - t + \frac{1}{3} \end{cases}$ (1) 求 $\frac{d^2y}{dx^2}$; (2) 求 $y = y(x)$ 的极值。

11. 已知 $A(1, 0), B(e, 1)$ 在 $y = \ln x$ 上, 直线 AB 与 $y = \ln x$ 围成的区域为 D

(1) 求区域 D 的面积。 (2) 求区域 D 绕 x 轴旋转所成旋转体的体积。

12. $x^n + x^{n-1} + \cdots + x = 1, n > 1$ 的整数, 证明:

(1) 在 $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 上仅有一个实根;

(2) 记 (1) 中的实数根为 x_n , 证明其极限存在, 并求其极限。

13. $f''(x) = \arctan(x-1)^2, f(0) = 0$, 求 $\int_0^1 f(x) dx$.

14. $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可导且连续, 并且导函数也连续, 且存在 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f'(x_0) = 0$,

证明: 存在 $\xi \in (a, b)$, 使得 $f'(\xi) = \frac{f(\xi) - f(a)}{b - a}$ 。